

### Úkoly z diskrétní matematiky, 4. série

Veškerá tvrzení precizně zdůvodněte.

(4.1) Necht'  $n, k \in \mathbb{N}$ ,  $k \leq n$ . Dokažte (například indukcí) následující vzorec:

$$\binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \binom{k+2}{k} + \cdots + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1}$$

*3 body*

(4.2) Kolik je všech neklesajících funkcí  $f: [n] \rightarrow [m]$ ?

*3 body*

(4.3) Dokažte, že Fibonacciho čísla  $F_n$  rostou exponenciálně. Tj. najděte vhodné exponenciální funkce  $f$  a  $g$  takové, že pro každé  $n \in \mathbb{N}$  platí  $f(n) \leq F_n \leq g(n)$  (což pochopitelně dokažte).

*4 body*