

## Úkoly z Kombinatoriky a grafů, 2. série

Veškerá tvrzení precizně zdůvodněte.

(2.1) Dokažte, že posloupnost kombinačních čísel

$$\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor}$$

je rostoucí.

*4 body*

(2.2) Nechť  $\pi$  je náhodná permutace množiny  $\{1, 2, \dots, n\}$  (vylosovaná tak, že všechny permutace měly stejnou pravděpodobnost). Pevný bod je takové číslo  $k$ , že  $\pi(k) = k$ . Určete střední hodnotu počtu pevných bodů v náhodné permutaci, neboli hodnotu

$$\mathbb{E} [|\{k; \pi(k) = k\}|].$$

*6 bodů*