Příklady ke cvičení

Příklad 1: Určete matice následujících lineárních zobrazení v rovině ($\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$) vůči kanonické bázi K.

a) osová souměrnost podle osy 1. a 3. kvadrantu.

b) otočení o 90° kolem počátku proti směru hodinových ručiček.

c) otočení o úhel α kolem počátku proti směru hodinových ručiček (první osa je vodorovná, druhá svislá).

Určete délky přilehlých a protilehlých odvěsen v pravoúhlém trojúhelníku daným úhlem α.

d) projekce na první souřadnici $p_1 : (x, y) \to (x, 0)$.

Příklad 2: Odvoďte součtové vzorce pro $\sin(\alpha + \beta)$ a $\cos(\alpha + \beta)$ užitím matic zobrazení.

Použijte vzath pro výpočet matice složeného zobrazení.

Příklad 3: Nalezněte matici zobrazení $f : \mathbb{Z}_5^3 \to \mathbb{Z}_5^3$ vůči kanonické bázi K (shodná báze v obou prostorech). O zobrazení f je známo, že převádí vektory $u_1 = (2, 4, 1)^T$, $u_2 = (2, 3, 4)^T$ a $u_3 = (3, 0, 1)^T$ na vektory $f(u_1) = (2, 1, 2)^T$, $f(u_2) = (0, 4, 1)^T$ a $f(u_3) = (4, 4, 1)^T$.

Použijte vztah $[f(u)]_K = [f]_{KK}[u]_K$.

Příklad 4: Mějme v prostoru $\mathbb{Z}_5^4$ dané báze
$A = ((1, 2, 0, 1)^T, (4, 1, 3, 1)^T, (3, 1, 3, 4)^T, (2, 0, 2, 2)^T)$,
$B = ((1, 2, 3, 1)^T, (4, 4, 1, 1)^T, (2, 0, 2, 1)^T, (3, 1, 4, 0)^T)$.
Nalezněte matice přechodu:

a) $[id]_{AK}$, tj. od báze A ke kanonické bázi.

b) $[id]_{KB}$, tj. od kanonické báze k bázi B.

c) $[id]_{AB}$, tj. od báze A k bázi B.

Příklad 5: Ukažte, že platí $[id]_{AB} = ([id]_{BK})^{-1}[id]_{AK}$ a ověřte tento fakt na bazích z předchozího příkladu.

Požijte větu o matici složeného zobrazení.