Příklady ke cvičení

Příklad 1: Rozviňte determinant reálné matice:

a) $W = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & a \\ 2 & -2 & 1 & b \\ 1 & 2 & 2 & c \\ -1 & 2 & -1 & d \end{pmatrix}$

b) $X = \begin{pmatrix} 0 & b & 1 & 0 \\ a & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & d \\ 0 & 1 & c & 0 \end{pmatrix}$

Příklad 2: Určete determinant následující matice:

a) $T_{n+1} = \begin{pmatrix} x & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x & -1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & x & -1 \\ a_0 & a_1 & \dots & a_{n-1} & a_n \end{pmatrix}$

Příklad 3: Spočítejte determinant matice

a) $S = \begin{pmatrix} \cos x & \sin x \cos y & \sin x \sin y \\ -\sin x & \cos x \cos y & \cos x \sin y \\ 0 & -\sin y & \cos y \end{pmatrix}$

Příklad 4: Čísla 697, 476 a 969 jsou dělitelná 17. Bez přímého výpočtu dokažte, že determinant matice $\begin{pmatrix} 6 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & 6 \\ 9 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ je dělitelný 17.

Příklad 5: Aniž byste rozvinuli oba determinanty, dokažte, že platí:

$$\det \begin{pmatrix} 0 & x & y & z \\ x & 0 & z & y \\ y & z & 0 & x \\ z & y & x & 0 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & z^2 & y^2 \\ 1 & z^2 & 0 & x^2 \\ 1 & y^2 & x^2 & 0 \end{pmatrix}$$

Příklad 6: Pomocí determinantu určete počet koster následujícího grafu: