Příklady ke cvičení

Příklad 1: Určete součet, rozdíl, součin a podíl následujících polynomů p a q.

a) $p(x) = 3x^3 + 2x^2 + 4x + 1$, $q(x) = x^2 + 2x + 2$ nad $\mathbb{Z}_5$.

Příklad 2: V tělese $\mathbb{Z}_p$ nalezněte polynom, stupně nejvýše p, který nabývá stejných hodnot.

a) V tělese $\mathbb{Z}_7$, $p(x) = 5x^{16} + 6x^{15} + 4x^{13} + x^{12} + 3x^{11} + 6x^{10} + 2x^9 + 3x^7 + 5x^5 + 2x + 1$.

Příklad 3: Určete, kolik je různých polynomů p stupně právě tři nad tělesem $\mathbb{Z}_5$ takových, že $p(3) = 2$. Popište všechny takové polynomy.

Příklad 4: Najděte kubický polynom f s celočíselnými koeficienty, aby $(x-1)|f$ a navíc $f(2) = f(3) = f(4)$.

Odvoďte vztahy pro koeficienty polynomu $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Příklad 5: Zjistěte násobnost

a) kořene 1 v polynomu $x^4 + 2x^3 + x^2 + 3x + 3$ nad $\mathbb{Z}_5$.

b) kořene 6 v polynomu $x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 3x + 6$ nad $\mathbb{Z}_7$.

Příklad 6: Najděte **všechny** polynomy **čtvrtého** stupně, jejíž graf prochází zadanými body.

a) Najděte **všechny** polynomy **čtvrtého** stupně, jejíž graf prochází body $[-1, 3]$, $[0, -3]$, $[1, 3]$ a $[2, 15]$.

Označte si obecný polynom čtvrtého stupně $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ pomocí zadaných bodů sestavte soustavu.