Příklady ke cvičení

Příklad 1: Nechť
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$
je matice bilineární formy na $\mathbb{K}^3$. Určete analytické vyjádření této formy i příslušné kvadratické formy. Najděte symetrickou matici, která vyjádřuje tutéž kvadratickou formu. (Vše vůči stejné bázi.)

a) řešte pro $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

b) řešte pro $\mathbb{K} = \mathbb{Z}_2$ (číslo 2 v $\mathbb{Z}_2$ odpovídá 0).

Příklad 2: Kvadratická forma g na vektorovém prostoru $\mathbb{R}^4$ má vzhledem ke kanonické bázi K analytické vyjádření $g(u) = 2x^2 + 2xy - y^2 - 2yt - t^2$, kde $u = (x, y, z, t)^T$. Najděte její analytické vyjádření vzhledem k bázi

$X = \{(1, 1, 1, 1)^T, (1, 1, 1, 0)^T, (1, 1, 0, 0)^T, (1, 0, 0, 0)^T\}$.

Určete $g(u)$ pro vektor u, který má vůči bázi X souřadnice $[u]_X = (3, 1, 0, 0)^T$.

Matici B formy g vůči kanonické bázi vynásobíme z obou stran maticí přechodu od báze X ke K a dostaneme její matici vůči bázi X.

Příklad 3: Určete signaturu kvadratické formy g na $\mathbb{R}^3$, která má pro $u = (x, y, z)^T$ následující analytické vyjádření

a) $g(u) = -2xy + 2xz + y^2 - z^2$.

Prozkoumejte vlastní čísla matice formy.

b) $g(u) = x^2 + 6xy + 4xz + 9y^2 + 12yz + 4z^2$.