**Písemka z lineární algebry**

Pokuste se v rámci (časových) možností vše pečlivě odůvodnit. Používání libovolné elektroniky je zakázáno, literaturu (sešit, učebnice, … ) používat můžete. Na řešení máte 30 minut. Součet všech bodů je 14.

(1) V prostoru $\mathbb{R}^4$ se standardním skalárním součinem $\langle \mathbf{x}|\mathbf{y}\rangle = \sum_{i=1}^{4} x_i y_i$ určete ortonormální bázi $Z = \{\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_r\}$ řádkového prostoru následující matice $\mathbf{M}$.

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 6 & 6 & -5 \\ 4 & 2 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

*5 bodů*

(2) Rozšiřte bázi $Z$ z předchozího příkladu na ortonormální bázi $Z'$ celého prostoru $\mathbb{R}^4$. *4 body*

(3) Určete ortogonální projekci $p$ vektoru $\mathbf{b} = (1, 5, 2, 2)^T$ do řádkového prostoru matice $\mathbf{M}$ z prvního příkladu. Zapište souřadnice výsledné projekce $p(\mathbf{b})$ jak vzhledem ke kanonické bázi $\mathbb{R}^4$, tak vzhledem k bázi $Z$ z prvního příkladu. *5 bodů*