

Úkoly z diskrétní matematiky, 7. série

Veškerá tvrzení precizně zdůvodněte.

Pokud něco dokazujete/počítáte principem inkluze a exkluze, podrobně popište, odkud se berou jednotlivé vzorce, přesně napište, jaké množiny sjednocujete. (Prostě: chrchel faktoriálů se zdůvodněním „tak to vyjde“ neberu.)

- (7.1) Na plese se sešlo n manželských párů. Kolika možnostmi je lze rozdělit do tanečních párů (pro jistotu: vždy muže s ženou) tak, aby spolu nikdy netančil manželský pár? *2 body*
- (7.2) Kolik je permutací s právě k pevnými body? *2 body*
- (7.3) Kolika možnostmi lze postavit do řady písmena A až P tak, aby se v řetězci nevyskytovala jako vybraný podřetězec (což není to samé jako souvislý podblok, podřetězec vznikne škrtnutím některých písmen a sešoupnutím zbývajících k sobě) slova DOBA, PONK, COP a OPICE? *3 body*
- (7.4) Kolik je všech funkcí $f: [n] \rightarrow [m]$, které jsou na? *3 body*
- (7.5) Máme k kuliček a n přihrádek. Kolika možnostmi můžeme kuličky umístit do přihrádek, když
- (i) kuličky jsou rozlišitelné a do přihrádek lze umístit libovolný počet kuliček
 - (ii) kuličky jsou nerozlišitelné a do přihrádek lze umístit libovolný počet kuliček
 - (iii) kuličky jsou rozlišitelné a do přihrádek je třeba umístit alespoň jednu kuličku
 - (iv) kuličky jsou nerozlišitelné a do přihrádek je třeba umístit alespoň jednu kuličku *6 bodů*