

Úkoly z diskrétní matematiky, 8. série

Veškerá tvrzení precizně zdůvodněte.

- (8.1) Graf G nazveme *k-regulární*, pokud stupeň každého jeho vrcholu je roven k .
- (i) Je pravda, že každé dva $(n - 1)$ -regulární grafy jsou izomorfní? *1 bod*
 - (ii) Je pravda, že každé dva $(n - 2)$ -regulární grafy jsou izomorfní? *2 body*
- (8.2) Pro která n existuje graf G na n vrcholech, jehož stupně jsou všechny různé až na dva (které tedy mohou být stejné)? Pokud pro daný počet vrcholů n graf existuje, popište jeho konstrukci (či jinak dokažte jeho existenci), pokud neexistuje, dokažte. *4 body*
- (8.3) Rozhodněte, zda existuje nebo neexistuje nesouvislý graf, jehož doplněk je opět nesouvislý graf. To, co tvrdíte, pochopitelně dokažte. (Graf je souvislý, pokud v něm existuje cesta z každého vrcholu do každého.) *3 body*
- (8.4) Necht' $G = (V, E)$ je graf. Bijekci $f: V \rightarrow V$ nazveme *automorfismus*, pokud platí $\{u, v\} \in E \Leftrightarrow \{f(u), f(v)\} \in E$. (Je to tedy izomorfismus grafu sama na sebe.) Graf, který má pouze jeden automorfismus (všimněte si, že to bude identita) nazveme *strnulý*. Najděte příklad nějakého strnulého grafu na $n > 1$ vrcholech a dokažte to o něm. *3 body*